ข้อสอบกลศาสตร์ ค่ายโอลิมปิกฟิสิกส์ ค่าย 2 (สอวน) ศูนย์ มหาวิทยาลัยวลัยลักษณ์

คำสั่ง 1. **เขียนแสดงวิธีทำทุกข้อในกระดาษเขียนตอบ ระบุข้อกำกับให้ชัดเจนโดยไม่ต้องลอกโจทย์**

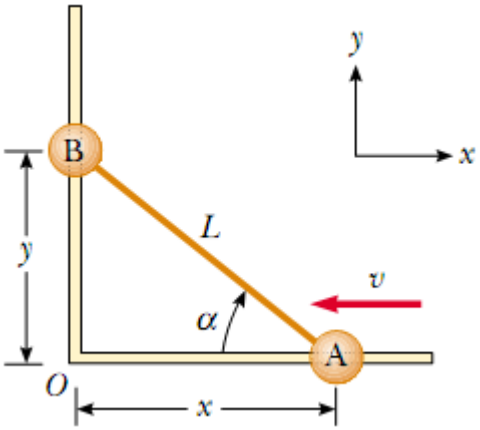
2. **ปริมาณใดมีหน่วย ต้องเขียนหน่วยกำกับให้ถูกต้อง**

3. **เขียนชื่อผู้เข้าสอบในกระดาษเขียนตอบทุกชุด**

4. **ใช้เวลาในการทำข้อสอบ 1 ชั่วโมง 30 นาที**

5. **ข้อสอบมี 2 หน้า จำนวน 4 ข้อ**

1. วัตถุ A และ B เชื่อมติดอยู่กับวัตถุแข็งแกร็งยาว L ดัง**ภาพที่** 1 วัตถุ A เคลื่อนที่ขนานกับพื้นไปทางซ้ายด้วยอัตราเร็วคงที่ v จงหาความเร็วของวัตถุ B เมื่อ $\alpha = 60.0^o$ (ตอบในเทอมของ v) (10 คะแนน)



ภาพที่ 1 สำหรับโจทย์ข้อ 1

2. วัตถุเคลื่อนที่ภายใต้แรงลัพธ์ซึ่งเป็นแรงต้านการเคลื่อนที่ตามสมการ $f = -kmv^2$ เมื่อ k คือค่าคงที่ m คือมวลของวัตถุ ก่อนจะพบแรงต้านวัตถุเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v_0 และเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงตลอดการเคลื่อนที่ จงหา

2.1 แสดงค่าความอัตราเร็วของการเคลื่อนที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $v = \dfrac{v_0}{1+ktv_0}$ (5 คะแนน)

2.2 ตำแหน่งของการเคลื่อนที่เป็นฟังก์ชันของเวลา โดยวัตถุเริ่มเคลื่อนที่จากตำแหน่ง $x = 0$ เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว $v_0\hat{i}$ ที่เวลา $t = 0$ ภายใต้แรงต้าน $f = -kmv^2\hat{i}$ (5 คะแนน)

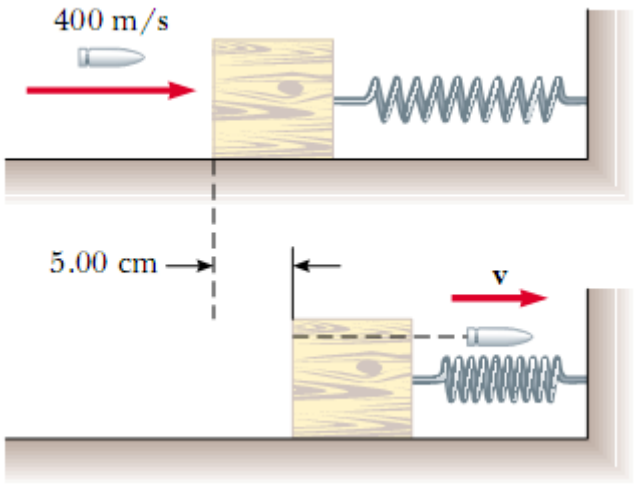
2.3 อัตราเร็วของวัตถุที่เป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง (แนะนำ: ใช้คำตอบข้อ2.2 ในการคิด) (5 คะแนน)

3. พลังงานศักย์ของเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งดังสมการ $U_{(x)} = kx^2 + 2kL\left(L - \sqrt{x^2 + L^2}\right)$ จงหาแรงที่เป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง (5 คะแนน)

4. ลูกปืนมวล 5.0 g เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว 400 m/s ชนกับวัตถุมวล 1.0 kg ติดอยู่กับสปริง ปรากฏว่าลูกปืนหลุดออกจากวัตถุเมื่อวัตถุเคลื่อนที่ไปทางขวาเป็นระยะ 5 cm ดังรูป โดยวัตถุเริ่มต้นจากหยุดนิ่งและพื้นไม่มีแรงเสียดทาน $k = 900N/m$ จงหา

4.1 อัตราเร็วของลูกปืนขณะหลุดออกจากวัตถุ (5 คะแนน)

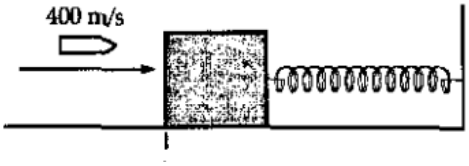
4.2 พลังงานกลที่เปลี่ยนเป็นพลังงานภายในของวัตถุในการชน (5 คะแนน)



ภาพที่ 2 สำหรับโจทย์ข้อ 4

(a) Find the speed when the bullet emerges from the block by using momentum conservation:

$$mv_i = MV_i + mv$$



The block moves a distance of 5.00 cm. Assume for an approximation that the block quickly reaches its maximum velocity, V_i, and the bullet kept going with a constant velocity, v. The block then compresses the spring and stops.

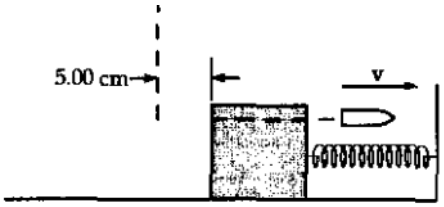


FIG. P9.67

$$\frac{1}{2}MV_i^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

$$V_i = \sqrt{\frac{(900\ \text{N/m})(5.00\times10^{-2}\ \text{m})^2}{1.00\ \text{kg}}} = 1.50\ \text{m/s}$$

$$v = \frac{mv_i - MV_i}{m} = \frac{(5.00\times10^{-3}\ \text{kg})(400\ \text{m/s}) - (1.00\ \text{kg})(1.50\ \text{m/s})}{5.00\times10^{-3}\ \text{kg}}$$

$$v = \boxed{100\ \text{m/s}}$$

(b) $$\Delta E = \Delta K + \Delta U = \frac{1}{2}(5.00\times10^{-3}\ \text{kg})(100\ \text{m/s})^2 - \frac{1}{2}(5.00\times10^{-3}\ \text{kg})(400\ \text{m/s})^2 + \frac{1}{2}(900\ \text{N/m})(5.00\times10^{-2}\ \text{m})^2$$

$\Delta E = -374\ J$, or there is an energy loss of $\boxed{374\ J}$.

P2.75 The distance x and y are always related by $x^2+y^2=L^2$. Differentiating this equation with respect to time, we have

$$2x\frac{dx}{dt}+2y\frac{dy}{dt}=0$$

Now $\frac{dy}{dt}$ is v_B, the unknown velocity of B; and $\frac{dx}{dt}=-v$. From the equation resulting from differentiation, we have

$$\frac{dy}{dt}=-\frac{x}{y}\left(\frac{dx}{dt}\right)=-\frac{x}{y}(-v).$$

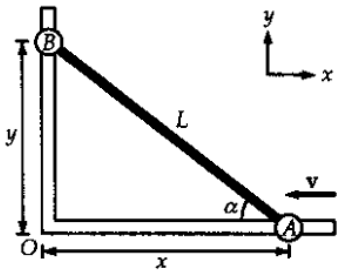


FIG. P2.75

But $\frac{y}{x}=\tan\alpha$ so $v_B=\left(\frac{1}{\tan\alpha}\right)v$. When $\alpha=60.0°$, $v_B=\frac{v}{\tan 60.0°}=\frac{v\sqrt{3}}{3}=\boxed{0.577v}$.

P6.40

$$\sum F=ma$$

$$-kmv^2=m\frac{dv}{dt}$$

$$-kdt=\frac{dv}{v^2}$$

$$-k\int_0^t dt=\int_{v_0}^{v}v^{-2}dv$$

$$-k(t-0)=\left.\frac{v^{-1}}{-1}\right|_{v_0}^{v}=-\frac{1}{v}+\frac{1}{v_0}$$

$$\frac{1}{v}=\frac{1}{v_0}+kt=\frac{1+v_0kt}{v_0}$$

$$v=\frac{v_0}{1+v_0kt}$$

(a) From Problem 40,

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{v_0}{1 + v_0 kt}$$

$$\int_0^x dx = \int_0^t v_0 \frac{dt}{1 + v_0 kt} = \frac{1}{k}\int_0^t \frac{v_0 k dt}{1 + v_0 kt}$$

$$x\Big|_0^x = \frac{1}{k}\ln(1 + v_0 kt)\Big|_0^t$$

$$x - 0 = \frac{1}{k}\left[\ln(1 + v_0 kt) - \ln 1\right]$$

$$\boxed{x = \frac{1}{k}\ln(1 + v_0 kt)}$$

(b) We have $\ln(1 + v_0 kt) = kx$

$1 + v_0 kt = e^{kx}$ so $v = \dfrac{v_0}{1 + v_0 kt} = \dfrac{v_0}{e^{kx}} = \boxed{v_0 e^{-kx} = v}$

$$U(x) = kx^2 + 2kL\left(L - \sqrt{x^2 + L^2}\right)$$