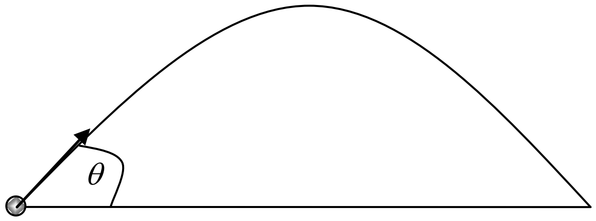
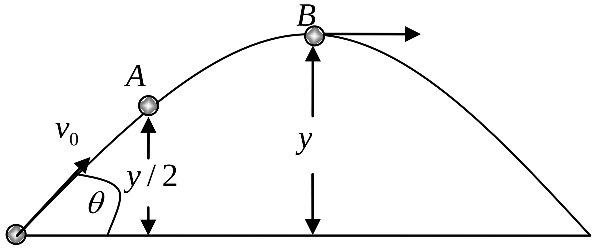
1. อัตราเร็วสูงสุดของอนุภาคที่ตำแหน่งสูงสุดของการเคลื่อนที่แบบโพรเจคไทล์ มีค่าเท่ากับ $\sqrt{\frac{6}{7}}$ ของอัตราเร็วที่ความสูงเป็นครึ่งหนึ่งของตำแหน่งสูงสุด จงหาค่ามุม θ ของการเคลื่อนที่แบบโพรเจคไทล์ตามเงื่อนไขดังกล่าว



เฉลย



ความเร็วต้นในแนวแกน x และ y

$v_{xi} = v_0 \cos\theta$ และ $v_{yi} = v_0 \sin\theta$

$v_y = 0$ ที่ตำแหน่ง B

$$v_f^2 = v_i^2 + 2as$$

$$0 = v_0^2 \sin^2\theta - 2gy$$

$$y = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

ขนาดของความเร็วของวัตถุในแนวดิ่งที่ตำแหน่ง A

$$v_f^2 = v_i^2 + 2as$$

$$v_{yA}^2 = v_0^2 \sin^2\theta - 2g\frac{y}{2}$$

$$= v_0^2 \sin^2\theta - \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2}$$

$$= \frac{1}{2} v_0^2 \sin^2\theta$$

ขนาดของความเร็วที่ตำแหน่ง A

$$v_A^2 = v_{yA}^2 + v_{xA}^2$$

$$= \frac{1}{2} v_0^2 \sin^2\theta + v_0^2 \cos^2\theta$$

โจทย์กำหนด $v_B = \sqrt{\frac{6}{7}} v_A \Rightarrow v_A^2 = \frac{7}{6} v_B^2$ โดยที่ $v_B = v_0 \cos\theta$

$$v_A^2 = v_{yA}^2 + v_{xA}^2$$

$$\frac{7}{6} v_0^2 \cos^2\theta = \frac{1}{2} v_0^2 \sin^2\theta + v_0^2 \cos^2\theta$$

แทนค่า $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1 \Rightarrow \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

$$v_A^2 = v_{yA}^2 + v_{xA}^2$$

$$\frac{7}{6}\cos^2\theta = \frac{1}{2}\left(1 - \cos^2\theta\right) + \cos^2\theta$$

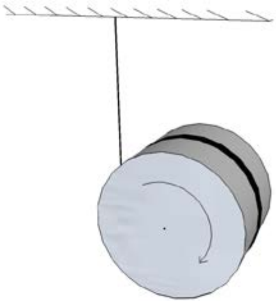
$$\theta = 30^o$$

2. เชือกคล้องผ่านวัตถุรูปทรงกระบอกมวล 3 kg รัศมี 10 เซนติเมตร ยึดติดกับเพดาน ดังรูป ปล่อยวัตถุทรงกระบอกให้เคลื่อนที่จากหยุดนิ่ง (โมเมนต์ความเฉื่อยของรูปทรงกระบอก $I = \frac{1}{2} mr^2$) จงหา

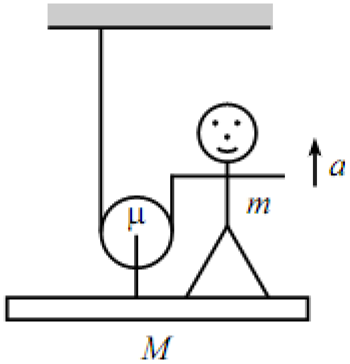
2.1 ความเร่งเชิงเส้นของจุดศูนย์กลางมวล

2.2 อัตราเร็วเชิงเส้นและอัตราเร็วเชิงมุมที่ระยะ 3 เมตร จากตำแหน่งที่ปล่อย

2.3 แรงตึงในเส้นเชือก



3. ชายคนหนึ่งยืนอยู่บนกระเช้าซึ่งยึดติดกับรอกด้วยเชือกเบาดังรูป มวลของกระเช้า คน และ รอก คือ M, m และ μ ตามลำดับ เมื่อชายคนดังกล่าวดึงเชือกทำให้ระบบเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง a จงหา



3.1 แรงตึงในเส้นเชือกระหว่างเพดานกับรอก

3.2 แรงที่พื้นกระเช้ากระทำกับคน

3.3 จงหาแรงตึงในเส้นเชือกระหว่างรอกกับกระเช้า

(a) To find the tension in the rope, we simply want to let our subsystem be the whole system (except the ceiling). If we imagine putting the system in a black box (to emphasize the fact that we don't care about any internal forces within the system), then the forces we see "protruding" from the box are the three weights (Mg, mg, and μg) downward, and the tension T upward. Applying $F = ma$ to the whole system gives

$$T - (M+m+\mu)g = (M+m+\mu)a \qquad \Longrightarrow \qquad T = (M+m+\mu)(g+a). \quad (2.7)$$

(b) To find the normal force, N, between the person and the platform, and also the tension, f, in the rod connecting the pulley to the platform, it is not sufficient to consider the system as a whole. We must consider subsystems.

- Let's apply $F = ma$ to the person. The forces acting on the person are gravity, the normal force from the platform, and the tension from the rope (pulling downward on her hand). Therefore, we have

$$N - T - mg = ma. \quad (2.8)$$

- Now apply $F = ma$ to the platform. The forces acting on the platform are gravity, the normal force from the person, and the force upward from the rod. Therefore, we have

$$f - N - Mg = Ma. \quad (2.9)$$

- Now apply $F = ma$ to the pulley. The forces acting on the pulley are gravity, the force downward from the rod, and *twice* the tension in the rope (because it pulls up on both sides). Therefore, we have

$$2T - f - \mu g = \mu a. \quad (2.10)$$

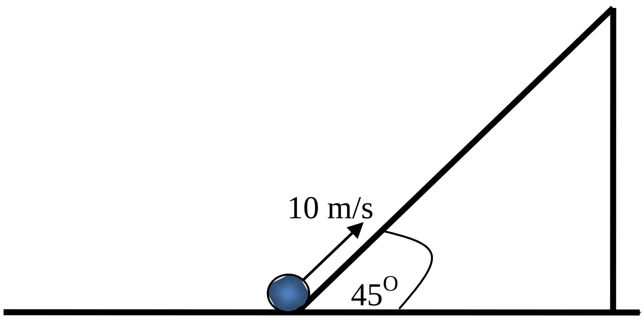
Note that if we add up the three previous equations, we obtain the $F = ma$ equation in eq. (2.7), as should be the case, because the whole system is the sum of the three above subsystems. Eqs. (2.8) – (2.10) are three equations in the three unknowns (T, N, and f). Their sum yields the T in (2.7), and then eqs. (2.8) and (2.10) give, respectively (as you can show),

$$N = (M + 2m + \mu)(g + a), \qquad \text{and} \qquad f = (2M + 2m + \mu)(g + a). \quad (2.11)$$

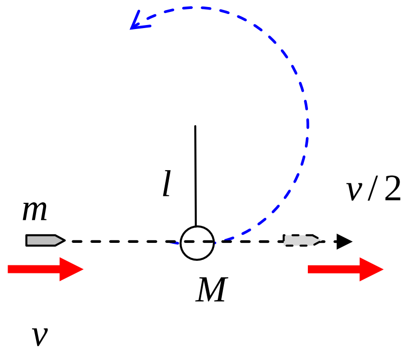
4. สัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างวัตถุกับพื้นเอียงทำมุม 45° กับแนวราบ มีค่า 0.2 วัตถุเคลื่อนที่ขึ้นบนพื้นเอียงด้วยความเร็วต้น 10 เมตรต่อวินาที ดังรูป จงหา

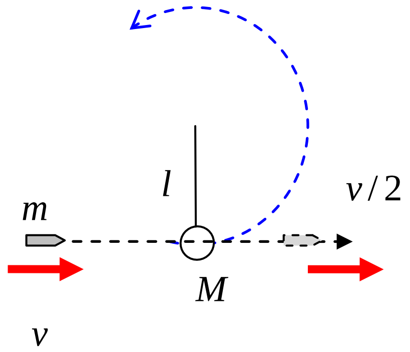
4.1 ระยะสูงสุดของวัตถุที่เคลื่อนที่ได้

4.2 ความเร็วของวัตถุเมื่อกลับมาถึงตำแหน่งเดิม



5. ลูกปืนมวล m เริ่มต้นเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว v ทะลุวัตถุมวล M ที่ผูกติดกับเชือกเบายาว l ด้วยอัตราเร็ว $v/2$ ดังรูป จงหาอัตราเร็ว v ที่น้อยที่สุดที่ทำให้วัตถุมวล M เคลื่อนที่เป็นวงกลมได้ด้วยอัตราเร็วต่ำสุด





เฉลย

จากกฎอนุรักษ์พลังงาน พิจารณาวัตถุมวล M

$$E_i = E_f$$

$$\frac{1}{2}Mv_b^2 = Mg2l$$

$$v_b = 2\sqrt{gl}$$

3 คะแนน

โมเมนตัมอนุรักษ์

$$P_i = P_f$$

$$mv = m\frac{v}{2} + Mv_b$$

$$= m\frac{v}{2} + M2\sqrt{gl}$$

$$v = \frac{4M}{m}\sqrt{gl}$$

3 คะแนน